ZAJMOVI

Maretić, Lorena

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Applied Sciences RRiF / Veleučilište RRiF**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:198:578748

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-31**

Repository / Repozitorij:

Repository of Final Examination Papers University of Applied Sciences RRiF - Final Examination Papers and Diploma Papers

VELEUČILIŠTE RRIF

STRUČNI PRIJEDIPLOMSKI STUDIJ ZA RAČUNOVODSTVO I FINANCIJE

Lorena Maretić

ZAVRŠNI RAD

ZAJMOVI

Zagreb, 2024.

VELEUČILIŠTE RRiF

STRUČNI PRIJEDIPLOMSKI STUDIJ ZA RAČUNOVODSTVO I FINANCIJE

ZAVRŠNI RAD

ZAJMOVI

Ime i prezime studenta: Lorena Maretić

Matični broj studenta : 621/21-I

Mentor: mr. sc. Milan Papić, viši predavač

Zagreb, 2024.

ZAJMOVI

SAŽETAK

Rad analizira zajmove kao ključne financijske instrumente u modernom gospodarstvu, s posebnim naglaskom na njihove glavne karakteristike, uključujući ugovore o zajmu, obračun kamata i razlike između zajma i kredita. Detaljno su obrađeni različiti modeli otplate zajmova, poput otplate jednakim anuitetima, otplatnim kvotama i dogovorenim anuitetima. Cilj rada je pružiti pregled kako svaki model otplate utječe na ukupan trošak zajma i financijsko opterećenje korisnika. Rezultati pokazuju da model otplate jednakim otplatnim kvotama omogućava brže smanjenje glavnice, čime se smanjuju ukupni troškovi kamata, dok model jednakih anuiteta osigurava ravnomjernu otplatu i predvidive financijske obveze. Rad donosi praktične smjernice za korisnike zajmova, s ciljem optimizacije troškova i efikasnijeg financijskog planiranja, naglašavajući važnost pravilnog odabira modela otplate za smanjenje ukupnog financijskog tereta.

KLJUČNE RIJEČI: zajam, kamata, otplata, obračun kamata, modeli otplate

LOANS

SUMMARY

This paper analyzes loans as key financial instruments in the modern economy, with a particular emphasis on their main characteristics, including loan agreements, interest calculation, and the differences between loans and credits. Various repayment models for loans are discussed in detail, such as repayment with equal installments, amortization quotas, and agreed annuities. The aim of the paper is to provide an overview of how each repayment model affects the overall cost of the loan and the financial burden on the borrower. The results show that the equal amortization model allows for a faster reduction of the principal, thereby reducing overall interest costs, while the equal installment model ensures uniform repayment and predictable financial obligations. The paper offers practical guidelines for loan users, aiming to optimize costs and facilitate more efficient financial planning, emphasizing the importance of choosing the right repayment model to reduce the overall financial burden.

KEYWORDS: loan, interest, repayment, interest calculation, repayment models

SADRŽAJ

1. UVOD

U suvremenom financijskom sustavu, zajmovi i krediti predstavljaju ključne alate za financiranje različitih investicija i projekata, kako u poslovnom, tako i u privatnom sektoru. Osiguranje potrebnih financijskih sredstava putem zajma omogućuje korisnicima pristup kapitalu koji im inače ne bi bio dostupan. Ovaj rad pružit će općenit pregled zajmova, uključujući temeljne pojmove poput kamatnog računa i anuiteta, koji igraju ključnu ulogu u izračunu troškova posudbe novca. Također će se razmotriti razlike između zajma i kredita, što je važna distinkcija u financijskom svijetu, te na različite modele otplate zajma, koji su od presudne važnosti za korisnike u upravljanju svojim dugovima i financijama.

Ova analiza pružit će dublje razumijevanje mehanizama posudbe, izračuna kamate te modela otplate, čime će se omogućiti bolja informiranost i pripremljenost za korištenje ovih financijskih instrumenata.

Cilj rada je pružiti sveobuhvatan uvid u strukturu zajmova, način izračuna kamata, te različite metode i modele otplate koji omogućuju efikasno planiranje povrata sredstava.

2. OPĆENITO O ZAJMOVIMA

Investicije se mogu financirati na različite načine, a jedan od uobičajenih načina, ne samo u našoj ekonomiji, je posudba novca od ovlaštenih institucija, odnosno uzimanje zajma. Da bi se uspostavio odnos između vjerovnika i dužnika, nužno je da vjerovnik raspolaže privremeno slobodnim financijskim sredstvima, dok s druge strane, korisnik zajma ima potrebu za tim sredstvima kako bi financirao svoju investiciju.

2.1. Ugovor o zajmu

Zajam se odobrava na osnovi ugovora koji zaključuju kreditor (obično banka) i korisnik zajma (poduzeće ili individualna osoba).

Ugovorom o zajmu obvezuje se zajmodavac predati zajmoprimcu određeni iznos novca ili određenu količinu drugih zamjenjivih stvari, a zajmoprimac se obvezuje vratiti mu poslije stanovitog vremena isti iznos novca, odnosno istu količinu stvari iste vrste i kakvoće.[1]

Predmet zajma može biti novac ili zamjenjive stvari, ali u praksi se najčešće radi o novcu. Važno je napomenuti da zajmoprimac stječe pravo vlasništva nad zajmljenim novcem i slobodno ga može koristiti, osim ako nije drugačije ugovoreno. Ako je novac dan za određenu svrhu (tzv. namjenski zajam), a zajmoprimac ga koristi drugačije, zajmodavac može raskinuti ugovor.

Zakon o obveznim odnosima ne propisuje posebne uvjete za to tko može biti zajmodavac ili zajmoprimac – to može biti bilo koja pravna ili fizička osoba. Ugovor o zajmu je konsenzualan, što znači da se smatra sklopljenim kada se obje strane dogovore o pozajmljivanju novca, bez obzira na isplatu.

Iako se ugovor o zajmu može sklopiti usmeno ili pisano, preporučuje se pisani oblik radi lakšeg dokazivanja. Također, zajmodavac može tražiti priznanicu o primitku novca kako bi u slučaju spora mogao dokazati ispunjenje svoje obveze.

[1] Zakon o obveznim odnosima (Narodne novine br. 35/05. do 155/23.)

Ugovorne strane odlučuju o tome koje će se odredbe unijeti u ugovor, ali je nužno da utvrdi sljedeće[2]:

a) iznos zajma,
b) kada će i na koji način davatelj zajma izvršiti svoju obvezu,
c) kamatna stopa za redovnu i zateznu kamatu i, eventualnu, mjere osiguranja od djelovanja inflacije
d) poček (grace razdoblje), odnosno razdoblje nakon kojeg počinje redovno vraćanje zajma,
e) način vraćanja
f) rok vraćanja zajma

Obveze nastaju odmah nakon sklapanja ugovora. Zajmodavac mora isplatiti dogovoreni iznos zajmoprimcu u ugovorenom roku. Ako rok nije dogovoren, zajmoprimac može tražiti isplatu, a zajmodavac mora izvršiti isplatu u roku od tri mjeseca. Pravo zajmoprimca da traži isplatu zastarijeva godinu dana nakon sklapanja ugovora.

Zajmoprimac je dužan vratiti zajam u ugovorenom roku, a rok otplate može biti ugovoren ili ne. Ako nije dogovoren, zajmoprimac mora vratiti novac na zahtjev zajmodavca, s minimalnim rokom od dva mjeseca nakon postavljenog zahtjeva. Ako netko od njih zakasni s ispunjenjem obveza, počinju teći zatezne kamate i rokovi zastare.

Zastara za vraćanje zajma traje pet godina kod građanskopravnih ugovora, a tri godine kod trgovačkih ugovora. Ako je ugovorena otplata anuiteta, svaki anuitet ima trogodišnji rok zastare. Kamate zastarijevaju zajedno s glavnim potraživanjem, a ako glavno potraživanje prestane, kamate se zasebno zastarijevaju u trogodišnjem roku.

Zajmoprimatelj vraća zajam kroz otplate, koje se nazivaju anuiteti ili obročne otplate. Obično su anuiteti godišnji, ali to može varirati. Otplata počinje tek nakon što je zajam u cijelosti iskorišten. Ako dužnik koristi zajam u obrocima, kreditor obračunava kamate za svaki obrok od trenutka kada je isplaćen do trenutka kada počinje redovna otplata, zbog toga zajmoprimatelj plaća interkalarne kamate.

[2] Šego, B. (2008). Financijska matematika. Zagreb: Zgombić & Partneri, str. 251.

2.2. Anuitet

Zajam se otplaćuje anuitetima, što su periodični iznosi koje korisnik zajma plaća. Anuitet se sastoji od dva dijela:

1. Otplatna kvota: dio anuiteta koji se koristi za otplatu osnovnog duga, uključujući interkalarne kamate ako nisu prethodno plaćene.
2. Složene kamate: dio anuiteta koji predstavlja naknadu za korištenje ustupljenih financijskih sredstava.

Otplata zajma prati se prema rokovima otplate, a za svaki rok se računa nominalni iznos anuiteta, kamate, otplatne kvote i preostali dug. Ovaj pregled se često prikazuje u tablici nazvanoj plan otplate. Plan otplate korisniku zajma daje pregled iznosa i rokova obveza, dok kreditora informira o priljevima sredstava i kamatama.

Anuiteti se mogu plaćati na dva načina:

- Prenumerando anuiteti
- Postnumerando anuiteti

2.3. Razlika između zajma i kredita

Kredit je jedan od najčešćih financijskih proizvoda kojim se pojedinci i tvrtke služe za ostvarivanje svojih ciljeva, bilo da je riječ o kupnji nekretnine, vozila, financiranju poslovanja ili osobnih potreba. Osnovna definicija kredita odnosi se na plasman sredstava banke klijentu, pri čemu su unaprijed definirani ključni uvjeti poput trajanja, kamatne stope, naknada, valute te osiguranje povrata duga.

Uloga banke je od ključne važnosti jer ona ne samo da osigurava sredstva, nego i postavlja pravila po kojima se kredit vraća. Najvažniji trošak kredita za klijenta je kamatna stopa, ona predstavlja cijenu posuđenog novca. Uz kamatnu stopu, banke često naplaćuju i naknade koje mogu uključivati različite elemente, od kojih je najčešća naknada za obradu kredita. Ta naknada se obično izražava kao postotak od ukupnog iznosa kredita.

Za banku, prihod od kredita ne dolazi samo od kamate, nego i od naknada. Prema međunarodnim računovodstvenim standardima, banka je dužna prihodovati naknadu istovremeno kada prihoduje i kamatu na kredit, što znači da se prihod od naknade raspoređuje na različite vremenske periode u skladu s otplatnim ratama. U svakom razdoblju otplate kredita, anuitet (ili otplatna rata) se sastoji od dva dijela: kamata i dio naknade. Na taj način, banka dobiva stabilan i predvidljiv prihod.

Ako se naknada uključuje u otplatne obroke kredita, potrebno je izračunati novu kamatnu stopu koja bi omogućila da rata ostane ista, ali da ujedno pokriva i dio naknade. Ta nova, povećana kamatna stopa naziva se efektivna kamatna stopa. Ovaj pokazatelj je posebno važan u poslovanju s klijentima jer različiti klijenti imaju različite prioritete. Nekima je važno da plate što manju kamatu, dok drugima prioritet predstavlja smanjenje naknada.

Efektivna kamatna stopa daje cjelovitiju sliku troškova kredita jer uzima u obzir sve dodatne troškove. Na taj način, klijent može dobiti jasnu predodžbu o ukupnom trošku kredita, što mu pomaže pri donošenju odluke.

Krediti se mogu klasificirati prema različitim kriterijima, uključujući trajanje, sektore kojima su namijenjeni, svrhu korištenja, i vrstu kamatne stope. No, važno je napomenuti da ne postoji jednoznačna podjela jer svaki kredit sadrži kombinaciju različitih karakteristika i može pripadati više kategorija istovremeno.

Podjela kredita ima za banku ključne strateške implikacije jer direktno utječe na njezinu sposobnost da ostvari profit i zadrži ili unaprijedi svoju konkurentsku poziciju na tržištu. Banka, kao poduzeće, koristi upravljanje kreditima kao alat za optimizaciju poslovanja, kreirajući strategije koje osiguravaju maksimalan povrat na uloženi kapital i minimiziraju rizik gubitaka.

Upravljanje kreditima uključuje detaljnu analizu koje vrste kredita će donijeti najveću profitabilnost. Banka može, primjerice, odlučiti povećati kamatne stope u određenim segmentima tržišta gdje procjenjuje da je potražnja jaka ili gdje postoji veći rizik. Također, može prilagoditi strukturu roka otplate kredita kako bi bolje odgovarala specifičnim potrebama tržišta, ili kako bi smanjila rizik dugoročne izloženosti. Da bi bila uspješna u ovim operacijama, banka mora temeljito poznavati strukturu i dinamiku svojih kreditnih proizvoda. Svaka prilagodba, bilo da se radi o kamatnim stopama, ročnosti ili uvjetima otplate, zahtijeva preciznu procjenu rizika i potencijalnog povrata.

Tablica 1: **Vrste kredita građana**

IME KREDITA	SLUŽBA KREDITA
Potrošački krediti	
Nenamjenski kredit	Krediti koji banka plasira klijentu bez objašnjena za što će sredstva biti potrošena i kako će sredstva biti upotrjebljena
Krediti po kreditnim karticama	Krediti koji nastaju kod upotreba kreditnih kartica
Krediti po revolving karticama	Poseban oblik kreditnih kartica koje se također koriste kod potrošnje, ali se po otplati razlikuju od kreditnih kartica
Minus na tekućem računu	Kredit koji je banka odobrila građanima ima za potrošnju, a nastaju povlačenjem sredstava sa tekućega računa u većoj količini nego što je balans kreditnog računa
Hipotekarni kredit	Ne namjenski kredit za koji je zalog nekretnina
Krediti za kupnju trajnih dobara	
Stambeni kredit	Kredit koji imaju svrhu kupnje nekretnine
Kredit za automobil	Kredit koji imaju svrhu kupnje automobila

Izvor: Gregurek, M. (2023). Poslovanje banka [Recenzirana skripta]. Zagreb: Veleučilište RRiF, str. 131

Kreditno poslovanje nosi inherentan rizik, jer postoji mogućnost da korisnici kredita neće biti u mogućnosti ili voljni vratiti dug. Zbog toga banke primjenjuju različite mjere osiguranja kako bi smanjile taj rizik. To uključuje detaljnu procjenu kreditne sposobnosti klijenata, ali i osiguranje kroz zaloge ili garancije. Ukoliko klijent ne podmiruje svoje obveze u skladu s dogovorenim planom otplate, banka može aktivirati ta osiguranja kako bi nadoknadila gubitke, bilo kroz prodaju zaloga ili druge pravne mehanizme naplate.

Tako, svaki kredit koji banka plasira dolazi s nekom vrstom osiguranja, bilo implicitnog (kao što su visoke kamatne stope koje pokrivaju rizik) ili eksplicitnog (kroz kolateral ili jamstvo), što omogućava banci da smanji rizik od nepovrata i osigura stabilnost svog poslovanja.

Prema Zakonu o obveznim odnosima, važno je razlikovati kredit od zajma. Iako oba uključuju posudbu sredstava, zajmodavatelj može biti bilo koja fizička ili pravna osoba, dok kredit može davati isključivo banka. Također, kod zajma predmet posudbe mogu biti novac ili druge zamjenjive stvari, dok kod kredita posudba uvijek uključuje novac. Zajam je neformalan ugovor, što znači da ne mora biti u pisanom obliku, dok je ugovor o kreditu strogo formaliziran te jasno definira uvjete i način otplate.

Iako su kredit i zajam povezani, nije svaka posudba novca kredit. Svi krediti su tehnički zajmovi, no ne vrijedi obratno, nije svaki zajam je ujedno i kredit.

Tablica 2: **Razlike između zajma i kredita**

Karakteristike	Zajam	Kredit
Predmet	novac ili druge zamjenjive stvari	samo novac
Vrsta ugovora	neformalan (može biti usmeni dogovor)	formalan (mora biti u pisanom obliku)
Zakonodavna regulativa	može biti sklopljen između fizičkih i pravnih osoba	kredit može davati samo banka
Kamate	nije nužno da zajam nosi kamatu, može biti beskamatni	uvijek uključuje kamatu
Rok vraćanja	može biti fleksibilan ili ugovoren	precizno definiran ugovorom
Mogućnost raskida	zajmoprimac može odustati prije primanja predmeta zajma	kompliciraniji postupak otkaza prije isteka
Cilj	može biti raznovrstan, uključujući privatne stvari	najčešće za specifične financijske potrebe (investicije)

Izvor: autor

3. KAMATNI RAČUN

Kamata je naknada koju dužnik plaća za posuđenu glavnicu. Glavnica se obično odnosi na određenu svotu novca, ali može obuhvatiti i druge oblike imovine. Kamate se uvijek obračunavaju za određeni vremenski interval koji nazivamo razdoblje ukamaćivanja. To razdoblje može biti propisano zakonom ili definirano ugovorom između vjerovnika i dužnika. Najčešće je razdoblje ukamaćivanja jedna godina, no može biti i kraće, poput jednog dana, mjeseca, kvartala ili bilo kojeg drugog vremenskog intervala. Kamatna stopa, ili kamatnjak, predstavlja iznos koji se plaća za 100 novčanih jedinica u određenom vremenskom razdoblju.

3.1. Načini obračuna kamata

Postoje različiti načini obračuna kamata koji utječu na to kako se kamate akumuliraju i plaćaju tijekom vremena. Ovi načini mogu se razlikovati po tome obračunava li se kamata na stalnu glavnicu ili uključuje prethodno obračunate kamate, te po vremenu kada se kamata izračunava – na početku ili kraju obračunskog razdoblja. Razumijevanje tih metoda ključno je za optimizaciju otplate zajma i bolje financijsko planiranje.

3.1.1. Anticipativni način obračun kamata

Anticipativni način obračuna kamata znači da se njihov obračun vrši i isplaćuje ili pribraja unaprijed za neko vremensko razdoblje, pri čemu se kamate obračunavaju od konačne vrijednosti iznosa[3] Navedeno ćemo prikazati na primjeru:

Osoba A je posudila novac u iznosu od 100 eura uz uvjet da će ga vratiti za točno godinu dana uz anticipativni obračun kamata i godišnji kamatnjak od 10%.

$$K = \frac{C*q}{100}$$

$$K = \frac{100*10}{100}$$

$$K = 10$$

Dakle, osoba A dobiva iznos 100 – 10 = 90 eura na raspolaganje odmah, a nakon godinu dana mora vratiti 100 eura glavnice (jer su kamate već naplaćene unaprijed).

3.1.2. Dekurzivni način obračuna kamata

Dekurzivni način obračuna kamata znači da se njihov obračun vrši i isplaćuje ili pribraja danom iznosu C na kraju danog vremenskog razdoblja, pri čemu se kamate obračunavaju od početne vrijednosti iznosa. Navedeno ćemo prikazati na primjeru:

Osoba A je posudila novac u iznosu od 100 eura uz uvjet da će ga vratiti za točno godinu dana uz dekurzivni obračun kamata i godišnji kamatnjak od 10%.

$$K = \frac{C*p}{100}$$

$$K = \frac{100*10}{100}$$

$$K = 10$$

Osoba A dobiva 100 eura na raspolaganje odmah, a nakon godinu dana mora vratiti 100 eura glavnice + 10 eura kamata.

[3] Ibid., str. 89.

3.2. Jednostavni kamatni račun

Jednostavni kamatni račun koristi se kada se kamate u svakom obračunskom razdoblju izračunavaju na temelju iste vrijednosti glavnice. To znači da je iznos kamate jednak u svakom razdoblju. Ova metoda obračuna najčešće se primjenjuje kod financijskih poslova kraćih od godinu dana.

Jednostavni dekurzivni obračun kamata podrazumijeva[4]:

1. Kamate se obračunavaju na početni iznos i isplaćuju se ili pribrajaju početnom iznosu na kraju vremenskog razdoblja.
2. Kamate se za svako vremensko razdoblje izračunavaju na početnu vrijednost glavnice.

Iz navedenog proizlazi formula za jednostavni dekurzivni obračun kamata:

$$K = \frac{C_0 * p * n}{100}$$

Gdje *K* predstavlja ukupni iznos kamata, C_0 početni iznos, *p* je godišnja dekurzivna kamatna stopa i *n* je ukupno vrijeme ukamaćivanja.

Iako se više koristi godina kao vremensko razdoblje, ponekad je potrebno koristi i kraća razdoblja kao što su mjeseci ili dani. Koristimo li mjesece kao izračun formula je sljedeća:

$$K = \frac{C_0 * p * m}{1200}$$

Kod dnevnog obračuna kamata, ovisno o određivanju broja dana u mjesecu i godini razlikujemo 3 metode[5]:

1. Njemačka metoda -> računa se da godina ima 360, a svaki mjesec 30 dana
2. Francuska metoda-> računa se da godina ima 360 dana, a dani u mjesecu određuju se prema kalendaru.
3. Engleska metoda -> broj dana u godini i svakom mjesecu izračunava se prema kalendaru. Ova metoda je najpreciznija i kod nas se u praksi najčešće koristi

[4] Papić, M. (2018). Poslovna matematika (uz primjenu MS Excela). Zagreb: Likarija d.o.o., str. 42.
[5] Ibid., str. 45.

Formula za izračun jednostavne kamate kod Njemačke i Francuske metode je:

$$K = \frac{C_0 * p * d}{36000}$$

Dok je kod Engleske metode formula:

$$K = \frac{C_0 * p * d}{36500}$$

Napomena: u slučaju da se radi o prijestupnoj godini u nazivnik se stavlja 36600.

Jednostavni anticipativni obračun kamata podrazumijeva[6]:

a) Kamate se obračunavaju unaprijed za neko vremensko razdoblje, i to na konačnu vrijednost zadanog iznosa
b) Kamate se za svako vremensko razdoblje izračunavaju na istu vrijednost (konačnu vrijednost glavnice)

Iz čega proizlazi da je formula za anticipativni obračun kamata:

$$K = \frac{C_n * q * n}{100}$$

Gdje *K* predstavlja ukupni iznos kamate, C_n konačnu vrijednost glavnice, *q* je kamatna stopa, a *n* je vremensko razdoblje.

3.3. Složeni kamatni račun

Za razliku od jednostavnog kamatnog računa, kod složenog kamatnog računa glavnica, koja je osnova za obračun kamata, mijenja se u svakom obračunskom razdoblju. Kod složenog kamatnog računa, kamate se obračunavaju ne samo na početnu glavnicu, već i na kamate koje su već akumulirane iz prethodnih razdoblja. Zbog toga se složeni kamatni račun može smatrati obračunom "kamate na kamatu". Kao i kod jednostavnog kamatnog računa razlikujemo dva načina obračuna, dekurzivni i anticipativni način.

[6] Ibid., str. 56.

Kod dekurzivnog obračuna uvodi se dekurzivni kamatni faktor:

$$r = 1 + \frac{p}{100}$$

te je tako formula za konačni iznos glavnice:

$$C_n = C_0 * r^n$$

Kod anticipativnog obračuna uvodi se anticipativni kamatni faktor:

$$\rho = \frac{100}{100 - q}$$

te je tako formula za konačni iznos glavnice:

$$C_n = C_0 * \rho^n$$

3.3.1. Vrste kamatnjaka

Nominalna kamatna stopa odnosi se na propisanu kamatnu stopu za osnovno vremensko razdoblje. Međutim, osnovno vremensko razdoblje na koje se odnosi nominalna kamatna stopa i vremensko razdoblje u kojem se kamate obračunavaju ne moraju biti iste duljine. U takvim slučajevima potrebno je izračunati kamatnu stopu koja odgovara razdoblju obračuna kamata. Neka je n_1 vremenski interval na koji se odnosi zadana kamatna stopa, a n_2 vremenski interval u kojem se kamate pripisuju glavnici. Omjer $m = \frac{n_1}{n_2}$ prikazuje koliko se puta kamate dodaju glavnici unutar osnovnog vremenskog intervala.

Kamatna stopa prilagođena kraćem ili duljem vremenskom razdoblju od onog za koje je zadana nominalna kamatna stopa može se odrediti na dva načina: kao relativna kamatna stopa ili kao konformna kamatna stopa.

Relativni kamatnjak predstavlja prilagođenu kamatnu stopu za vremensko razdoblje koje je kraće od onog na koje se odnosi nominalna kamatna stopa. On nam omogućuje izračunavanje kamata kada se kamate obračunavaju i pripisuju glavnici više puta unutar osnovnog vremenskog intervala nominalne kamatne stope.

Postoje dvije vrste relativnog kamatnjaka, ovisno o načinu obračuna:

1. **Dekurzivni relativni kamatnjak** – koristi se kod obračuna kamata na kraju obračunskog razdoblja.

$$p_r = \frac{p}{m}$$

2. **Anticipativni relativni kamatnjak** – koristi se kod obračuna kamata unaprijed, tj. na početku obračunskog razdoblja.

$$q_r = \frac{q}{m}$$

Konformni kamatnjak je kamatna stopa koja osigurava da će ukupna vrijednost obračunatih kamata ostati ista bez obzira na učestalost pripisivanja kamata. Drugim riječima, konformni kamatnjak omogućuje da efektivna kamatna stopa bude jednaka za svako razdoblje pripisivanja kamata, neovisno o tome obračunavaju li se kamate godišnje, polugodišnje, kvartalno ili mjesečno.

Postoje dva oblika konformnog kamatnjaka, ovisno o načinu obračuna kamata:

1. **Dekurzivni konformni kamatnjak** – koristi se kada se kamate obračunavaju na kraju svakog razdoblja pripisivanja.

$$r' = 100 * \left(\sqrt[m]{1 + \frac{p}{100}} - 1 \right)$$

2. **Anticipativni konformni kamatnjak** – koristi se kada se kamate obračunavaju unaprijed, tj. na početku svakog razdoblja pripisivanja.

$$q' = 100 * \left(1 - \sqrt[m]{\frac{100 - q}{100}} \right)$$

4. MODELI OTPLATE ZAJMA

4.1. Model otplate zajma jednakim anuitetima

Model otplate zajma jednakim anuitetima podrazumijeva da se zajam otplaćuje kroz fiksne iznose (anuitete) u redovitim vremenskim intervalima, kao što su mjesečno, kvartalno ili godišnje.

Oznake koje se koriste prilikom izračuna zajma su:

C – ukupni iznos zajma

a – anuitet

I_k – kamate na kraju k-tog razdoblja

I – ukupne kamate

R_k – otplatna kvota na kraju k-tog razdoblja

C_k – ostatak duga na kraju k-tog razdoblja

n – rok otplate

p – konstantna kamatna stopa

Osnovne pretpostavke ovog modela su[7]:

a) obračun kamata je složen i dekurzivan
b) anuiteti su jednaki i dospijevaju u jednakim vremenskim jedinicama krajem razdoblja
c) razdoblje ukamaćivanja jednako je vremenskom razdoblju između dva uzastopna anuiteta
d) kamatna stopa je konstantna u cijelom razdoblju amortizacije zajma.

[7] Ibid., str. 107

Iz osnovnih pretpostavki modela možemo zaključiti da zajam ***C*** treba biti otplaćen kroz jednake postnumerando anuitete, pri čemu se koristi konstantna kamatna stopa ***p***. U tom slučaju, zajam ***C*** predstavlja sadašnju vrijednost ***n*** postnumerando anuiteta ***a***, iz čega proizlazi formula:

$$C = a * \frac{r^n - 1}{r^n(r-1)}$$

Iz navedene formule možemo izvući i formulu za anuitet:

$$a = C * \frac{r^n(r-1)}{r^n - 1}$$

Tablica 3: **Opći oblik otplatne tablice zajma**

k	$\mathbf{a_k}$	$\mathbf{I_k}$	$\mathbf{R_k}$	$\mathbf{C_k}$
0	-	-	-	$C_0 = C$
1	a	I_1	R_1	C_1
2	a	I_2	R_2	C_2
.	.	.	.	.
n-1	a	I_{n-1}	R_{n-1}	C_{n-1}
n	a	I_n	R_n	0
$\sum$	n*a	$I = \sum I_k$	$C = \sum R_k$	

Izvor: Papić, M. (2018). Poslovna matematika (uz primjenu MS Excela). Zagreb: Likarija d.o.o., str. 109

Iz tablice možemo vidjeti da se kamate za pojedinačno razdoblje računaju iz ostatka duga iz prethodnog razdoblja:

$$I_k = \frac{C_{k-1} * p}{100}$$

Na temelju izračunate kamate i već poznatog anuiteta računa se otplatna kvota:

$$R_k = a - I_k$$

Kako se otplatnim kvotama otplaćuje nominalni iznos zajma, preostali dug se dobije tako da se od duga iz prethodnog razdoblja oduzme otplatna kvota za tekuće razdoblje:

$$C_k = C_{k-1} - R_k$$

4.1.1. Primjer izračuna modela otplate zajma jednaki otplatnim anuitetima

Potrebno je izraditi plan otplate zajma odobrenog poduzeću u iznosu od 50.000,00 eura na 5 godina uz 10% godišnjih dekurzivnih kamata i plaćanje jednakim anuitetima krajem godine.

C = 50.000,00 €

n = 5 godina

p = 10% -> r = 1,1

Tablica 4: **Otplatna tablica zajma jednakim otplatnim anuitetima**

k	a_k	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	50.000,00
1	13.189,87	5.000,00	8.189,87	41.810,13
2	13.189,87	4.181,01	9.008,86	32.801,26
3	13.189,87	3.280,13	9.909,75	22.891,52
4	13.189,87	2.289,15	10.900,72	11.990,79
5	13.189,87	1.199,08	11.990,79	0
$\sum$	65.949,37	15.949,37	50.000,00	

Izvor: autor

$$\boldsymbol{a} = C * \frac{r^n * (r-1)}{r^n - 1}$$

$$a = 50.000 * \frac{1{,}1^5 * (1{,}1-1)}{1{,}1^5 - 1}$$

$$\boldsymbol{a = 13.189{,}87}$$

$$\boldsymbol{I_1} = \frac{C_0 * p}{100}$$

$$\boldsymbol{I_1} = \frac{50000 * 10}{100}$$

$$\boldsymbol{I_1 = 5.000{,}00}$$

$$R_1 = a - I_1$$

$$R_1 = 13.189,87 - 5.000,00$$

$$\boldsymbol{R_1 = 8.189,87}$$

$$C_1 = C_0 - R_1$$

$$C_1 = 50.000,00 - 8.189,87$$

$$\boldsymbol{C_1 = 41.810,13}$$

4.2. Model otplate zajma jednakim otplatnim kvotama

Model otplate zajma jednakim otplatnim kvotama podrazumijeva da se glavnica zajma otplaćuje u jednakim iznosima (kvotama) tijekom cijelog razdoblja otplate, dok se kamate obračunavaju na preostali dio glavnice. Karakteristike ovog modela su[8]:

1. Obračun kamata je složen i dekurzivan
2. Otplatne kvote su (nominalno) jednake, a anuiteti dospijevaju u jednakim vremenskim jedinicama krajem razdoblja
3. Duljina razdoblja ukamaćivanja jednaka je duljini vremenskog dospijeća između dva sukcesivna anuiteta i iznosi 1,
4. Kamatnjak je nepromjenjiv (fiksan) u cijelom razdoblju otplate zajma

Prednosti ovog modela otplate su brža otplata glavnice i manje ukupnih kamata. Brža otplata glavnice rezultira time da se glavnica smanjuje jednakim iznosom u svakom razdoblju, što ubrzava smanjenje duga, a istovremeno smanjuje ukupni iznos kamata, jer se one obračunavaju na preostali iznos glavnice, što znači da dužnik na kraju plati manje kamata u usporedbi s anuitetnim modelom. Dok bi nedostatak bio veći iznos uplate na početku otplate, u početnim razdobljima otplate, ukupan iznos rate (glavnica + kamate) je veći nego kasnije, što može predstavljati veće financijsko opterećenje za dužnika na početku otplate.

Budući da se prilikom amortizacije zajma glavnica *C* otplaćuje kroz otplatne kvote, to znači da, kada se primjenjuje model jednakih otplatnih kvota, vrijedi izraz:

[8] Šego, B. (2008). Financijska matematika. Zagreb: Zgombić & Partneri, str. 275.

$$C = R * n$$

Dakle, prema ovim pretpostavkama, iznos svake nominalno jednake otplatne kvote izračunava se kao:

$$R = \frac{C}{n}$$

Kamate se računaju kao i u prethodnom modelu, dok anuitet više nije konstantan i računa se iz relacije:

$$a_k = I_k + R$$

4.2.1. Primjer izračuna modela otplate zajma jednakim otplatnim kvotama

Potrebno je izraditi plan otplate zajma odobrenog poduzeću u iznosu od 50.000,00 eura ako su otplatne kvote jednake, a anuiteti se plaćaju krajem svake od sljedećih 5 godina uz 10% godišnjih dekurzivnih kamata.

C = 50.000,00 €

n = 5 godina

p = 10%

Tablica 5: **Otplatna tablica zajma jednakim otplatnim kvotama**

K	a_k	I_k	R	C_k
0	-	-	-	50.000,00
1	15.000,00	5.000,00	10.000,00	40.000,00
2	14.000,00	4.000,00	10.000,00	30.000,00
3	13.000,00	3.000,00	10.000,00	20.000,00
4	12.000,00	2.000,00	10.000,00	10.000,00
5	11.000,00	1.000,00	10.000,00	0
∑	65.000,00	15.000,00	50.000,00	

Izvor: autor

$$R = \frac{C}{n}$$

$$R = \frac{50.000}{5}$$

$$\boldsymbol{R = 10.000,00}$$

$$I_1 = \frac{C * p}{100}$$

$$I_1 = \frac{50.000 * 10}{100}$$

$$\boldsymbol{I_1 = 5.000,00}$$

$$a_1 = I_1 + R$$

$$a_1 = 5.000 + 10.000$$

$$\boldsymbol{a_1 = 15.000,00}$$

$$C_1 = C_0 - R_1$$

$$C_1 = 50.000 - 10.000$$

$$\boldsymbol{C_1 = 40.000,0}$$

Razlika u ukupnim kamatama između otplate zajma s jednakim anuitetima i jednakim otplatnim kvotama proizlazi iz načina raspodjele glavnice i kamata tijekom otplate. Kod jednakih anuiteta, godišnji iznos plaćanja ostaje konstantan, no na početku većina svote odlazi na kamate, dok se glavnica sporije smanjuje, što dovodi do viših ukupnih kamata (15.949,37 €). Nasuprot tome, kod jednakih otplatnih kvota, iznos glavnice koji se otplaćuje svake godine je stalan, dok kamate postupno opadaju s padom glavnice, što dovodi do nižih ukupnih kamata (15.000,00 €). Stoga, model otplatnih kvota često nudi povoljniju opciju u smislu smanjenja troškova kamata.

4.3. Model otplate zajma dogovorenim anuitetima

Dužnik i vjerovnik mogu se unaprijed dogovoriti o iznosu anuiteta za otplatu zajma. Međutim, rijetko se događa da se dogovoreni anuitet potpuno poklapa s izračunatim anuitetom. Uobičajeno je da posljednji anuitet bude manji od prethodnih, i taj posljednji anuitet nazivamo krnji ili nepotpuni anuitet.

Krnji anuitet izračunavamo prema dva uvjeta: posljednja otplatna kvota mora odgovarati pretposljednjem iznosu duga, a posljednji anuitet je zbroj kamata i otplatne kvote u tom završnom razdoblju. Krnji anuitet određujemo tako da popunjavamo otplatnu tablicu sve dok ne dođemo do razdoblja u kojem otplatna kvota premašuje preostali dug. U tom trenutku, anuitet postaje manji od prethodnih i označava se kao krnji.

Drugi način izračuna pogodniji je kada postoji veći broj otplatnih termina jer omogućava izravno određivanje djelomičnog (krnjeg) anuiteta. Ukupan broj dogovorenih anuiteta *n* može se izračunati koristeći formulu:

$$n = \frac{\log a - \log[a - C * (r-1)]}{\log r}$$

Kao rezultat, najvjerojatnije ćemo dobiti broj *n* koji nije cijeli broj. Njegov cijeli dio predstavlja broj dogovorenih anuiteta. Nakon što izračunamo godine otplate zajma, možemo izračunati i krnji anuitet s pomoću formule:

$$a' = C * r^{n+1} - a * r * \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Kada imamo broj godina i vrijednost krnjeg anuiteta, možemo izračunati i ostatak duga na kraju k-tog razdoblja formulom:

$$C_k = a * \frac{r^{n-k} - 1}{r^{n-k}(r-1)} + \frac{a'}{r^{n-k-1}}$$

4.3.1. Primjer izračuna modela otplate zajma dogovorenim anuitetima

Potrebno je izraditi plan otplate i izračunati koliko će godina trajati otplata zajma odobrenog poduzeću u iznosu od 50.000,00 eura uz dogovorene anuitete u iznosu 10.000 eura krajem svake godine uz 10% godišnjih dekurzivnih kamata.

C = 50.000,00

a = 10.000,00

p = 10% -> r = 1,1

$$R_8 = C_7 = \mathbf{2.564,15}$$

$$I_8 = \frac{C_7 * p}{100} = \frac{2.564,15 * 10}{100} = \mathbf{256,41}$$

$$a_8 = a' = I_8 + R_8 = 256,41 + 2.564,15 = \mathbf{2.5820,56}$$

Tablica 6: **Otplatna tablica zajma dogovorenim anuitetima**

k	a	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	50.000,00
1	10000	5000	5000	45000
2	10000	4500	5500	39500
3	10000	3950	6050	33450
4	10000	3345	6655	26795
5	10000	2679,5	7320,5	19474,5
6	10000	1947,45	8052,6	11421,95
7	10000	1142,2	8857,8	2564,15
8	2820,56	256,41	2564,2	0
∑	72820,6	22820,6	50000	

Izvor: autor

Iz navedenog primjera možemo vidjeti da će otplata zajma trajati 8 godina, te da se u 8 godini pojavljuje krnji anuitet. Do njega smo došli tako da smo popunjavali tablicu sve do 8 godine gdje smo vidjeli da bi ostavimo li iznos anuiteta 10.000 vrijednost otplatne kvote bila veća od ostatka vrijednosti u 7 godini. Vrijednosti u 8 godini smo izračunali.

Isti rezultat bismo dobili da smo išli preko formula za direktan izračun godina i krnjeg anuiteta:

$$n = \frac{\log a - \log[a - C * (r - 1)]}{\log r}$$

$$n = \frac{\log 10.000 - \log[10.000 - 50.000 * (1,1 - 1)]}{\log 1,1}$$

$$n = 7,272540897$$

$$\boldsymbol{n} = \mathbf{7}$$

Pomoću formule smo potvrdili prethodni rezultat, otplata zajma će trajati 8 godina unutar kojih će 7 godina anuiteti iznositi 10.000 eura , 8. godine će biti krnji anuitet

$$a' = C * r^{n+1} - a * r * \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$a' = 50.000 * 1,1^{7+1} - 10.000 * 1,1 * \frac{1,1^7 - 1}{1,1 - 1}$$

$$a' = 2.820,56$$

4.4. Konverzija zajma

Tijekom otplate zajma može doći do promjena zbog promjene vrijednosti ugovornih stavki ili zbog zahtjeva dužnika za izmjenom uvjeta. Da bi se zaštitio od negativnih učinaka inflacije, vjerovnik obično nastoji unaprijed definirati model otplate u ugovoru i koristi dogovorene referentne veličine za određivanje uvjeta. U nekim slučajevima, kako bi olakšao otplatu zajma i osigurao povrat uloženih sredstava, kreditor može produljiti rok otplate ili se složiti s promjenom modela otplate.

Navedene promjene ugovorenih uvjeta ili modela otplate zajma između vjerovnika i dužnika za vrijeme amortizacije zajma nazivamo konverzijom zajma.

4.5. Interkalarna kamata

Interkalarne kamate su kamate koje se obračunavaju i naplaćuju na iznos zajma između trenutka kada se sredstva isplate korisniku i trenutka kada počinje redovita otplata zajma. Drugim riječima, to su kamate koje nastaju tijekom perioda kada zajam još nije u cijelosti iskorišten, ali se već koristi za obračun kamata.

Interkalarna kamata može se obračunati na tri načina:

a) kamate se obračunavaju i isplaćuju odjednom u trenutku kada počinje otplata zajma
b) kamate se pripisuju nominalnom iznosu zajma i tako dobiveni uvećani iznos otplaćuju se anuitetima
c) do početka otplate zajma korisnik plaća samo iznos kamate (u praksi je najčešći tromjesečni (kvartalni) obračun kamata).

5. PRIMJER OTPLATE ZAJMA U PRAKSI (primjena Excela)

5.1. Primjer otplate zajma jednakim anuitetima

Osoba A.A. je podigla zajam u iznosu od 23.970,00 eura koji se otplaćuje jednakim anuitetima. Anuiteti se plaćaju krajem svakog mjeseca tijekom sljedećih 7 godina uz godišnju kamatnu stopu 7,9%. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan. Potrebno je napraviti plan otplate zajma.

5.1.1. Primjenjuje se relativna kamatna stopa

Izračun uz primjenu MS Excela: U Excel unesemo zadane podatke radi lakšeg snalaženja.

Slika 1: **Unos osnovnih podataka u MS Excel, primjer 4.1.1.**

	A	B	C	D
1				
2	C = 23.970,00			
3	n = 7 godina = 84 mjeseca			
4	način otplate = jednakim anuitetima krajem svakog mjeseca			
5	p = 7,9% (godišnja)			
6	primjenjuje se:			
7	relativna kamatna stopa			

Izvor: autor

U ćeliji A10 izračunamo mjesečnu relativnu kamatnu stopu: **=7,9/12** -> 0,658333333

Izračunamo anuitet, u ćeliju A11 upišemo: **=PMT(A10%;84;23970) ->** -372,41 kako bi se riješili negativnog predznaka u ćeliju B11 upišemo: **=ABS(A11)** -> 372,41

Sada je potrebno formirati otplatnu tablicu krećemo od F4, u nulti redak ne unosimo ništa osim početnog iznosa zajma, te unesemo anuitete jer su nam oni jednaki u svim mjesecima. Unosimo ih tako da u ćeliju G6 (a_1) unesemo 372,41 i s pomoću križića (+) u donjem desnom kutu povučemo do G89.

Tablica 7: **Formiranje otplatne tablice u MS Excelu**

k	a	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	23.970,00
1	372,41			
2	372,41			
...	372,41			
84	372,41			
∑				

Izvor: autor

Izračunamo kamatu, u ćeliju H6 (I_1) upišemo: **=J5*$A$10/100 ->** 157,80 i ponovno s pomoću križića povučemo do H89. Ovdje smo ćeliju A10 morali fiksirati kako se vrijednosti ne bi mijenjale tijekom kopiranja formule povlačenjem križića.

Izračunamo otplatne kvote, u ćeliju I6 (R_1) upišemo: **=G6-H6** -> 214,61i povučemo pomoću križića do I89.

Izračunamo ostatak duga, u ćeliju J6 (C_1) upišemo: **=J5-J6** -> 23.755,39 i povučemo do J89.

Preostalo je još samo zbrojiti sve stupce u retku ∑. Tu možemo provjeriti jesmo li dobro izračunali tako što nam zbroj ukupnih anuiteta (G90) i kamata (H90) mora biti jednak ukupnim otplatnim kvotama (I90).

Tablica 8: **Otplatna tablica zajma jednakim anuitetima uz primjenu relativne kamatne stope**

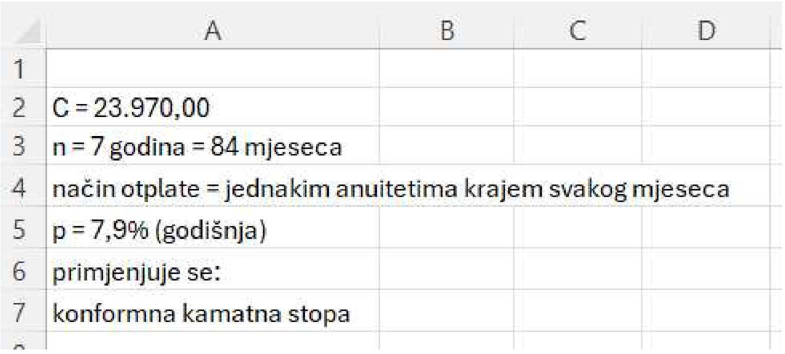
k	a	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	23.970,00
1	372,41	157,80	214,61	23.755,39
2	372,41	156,39	216,02	23.539,38
3	372,41	154,97	217,44	23.321,93
4	372,41	153,54	218,87	23.103,06
5	372,41	152,10	220,31	22.882,75
6	372,41	150,64	221,76	22.660,98
7	372,41	149,18	223,22	22.437,76
8	372,41	147,72	224,69	22.213,07
9	372,41	146,24	226,17	21.986,90
10	372,41	144,75	227,66	21.759,23
11	372,41	143,25	229,16	21.530,07
12	372,41	141,74	230,67	21.299,41
13	372,41	140,22	232,19	21.067,22
14	372,41	138,69	233,72	20.833,50
15	372,41	137,15	235,25	20.598,25
16	372,41	135,61	236,80	20.361,44
17	372,41	134,05	238,36	20.123,08
18	372,41	132,48	239,93	19.883,15
19	372,41	130,90	241,51	19.641,64
20	372,41	129,31	243,10	19.398,54
21	372,41	127,71	244,70	19.153,84
22	372,41	126,10	246,31	18.907,52
23	372,41	124,47	247,93	18.659,59
24	372,41	122,84	249,57	18.410,02
25	372,41	121,20	251,21	18.158,82
26	372,41	119,55	252,86	17.905,95
27	372,41	117,88	254,53	17.651,42
28	372,41	116,21	256,20	17.395,22
29	372,41	114,52	257,89	17.137,33
30	372,41	112,82	259,59	16.877,74
31	372,41	111,11	261,30	16.616,45
32	372,41	109,39	263,02	16.353,43
33	372,41	107,66	264,75	16.088,68
34	372,41	105,92	266,49	15.822,19
35	372,41	104,16	268,25	15.553,94
36	372,41	102,40	270,01	15.283,93
37	372,41	100,62	271,79	15.012,14
38	372,41	98,83	273,58	14.738,57
39	372,41	97,03	275,38	14.463,19
40	372,41	95,22	277,19	14.185,99
41	372,41	93,39	279,02	13.906,98
42	372,41	91,55	280,85	13.626,12

43	372,41	89,71	282,70	13.343,42
44	372,41	87,84	284,56	13.058,85
45	372,41	85,97	286,44	12.772,42
46	372,41	84,09	288,32	12.484,09
47	372,41	82,19	290,22	12.193,87
48	372,41	80,28	292,13	11.901,74
49	372,41	78,35	294,06	11.607,68
50	372,41	76,42	295,99	11.311,69
51	372,41	74,47	297,94	11.013,75
52	372,41	72,51	299,90	10.713,85
53	372,41	70,53	301,88	10.411,98
54	372,41	68,55	303,86	10.108,11
55	372,41	66,55	305,86	9.802,25
56	372,41	64,53	307,88	9.494,37
57	372,41	62,50	309,90	9.184,47
58	372,41	60,46	311,94	8.872,53
59	372,41	58,41	314,00	8.558,53
60	372,41	56,34	316,06	8.242,46
61	372,41	54,26	318,15	7.924,32
62	372,41	52,17	320,24	7.604,08
63	372,41	50,06	322,35	7.281,73
64	372,41	47,94	324,47	6.957,26
65	372,41	45,80	326,61	6.630,65
66	372,41	43,65	328,76	6.301,90
67	372,41	41,49	330,92	5.970,97
68	372,41	39,31	333,10	5.637,87
69	372,41	37,12	335,29	5.302,58
70	372,41	34,91	337,50	4.965,08
71	372,41	32,69	339,72	4.625,36
72	372,41	30,45	341,96	4.283,40
73	372,41	28,20	344,21	3.939,19
74	372,41	25,93	346,48	3.592,72
75	372,41	23,65	348,76	3.243,96
76	372,41	21,36	351,05	2.892,91
77	372,41	19,04	353,36	2.539,55
78	372,41	16,72	355,69	2.183,86
79	372,41	14,38	358,03	1.825,82
80	372,41	12,02	360,39	1.465,44
81	372,41	9,65	362,76	1.102,68
82	372,41	7,26	365,15	737,53
83	372,41	4,86	367,55	369,97
84	372,41	2,44	369,97	0,00
$\sum$	31282,31	7312,31	23970,00	

Izvor: autor

5.1.2. Primjenjuje se konformna kamatna stopa

Slika 2: **Unos osnovnih podataka u MS Excel, primjer 4.1.2.**



Izvor: autor

U ćeliji A10 izračunamo mjesečnu konformnu kamatnu stopu tako da upišemo: **=100*((1+7,9/100)^(1/12)-1)** -> 0,635634019

Postupak izračuna i izrade otplatne tablice jednak je kao i u primjeru 4.1.1.

Tablica 9: **Otplatna tablica zajma jednakim anuitetima uz primjenu konformne kamatne stope**

k	a	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	23.970,00
1	369,17	152,36	216,81	23753,19
2	369,17	150,98	218,19	23535,01
3	369,17	149,60	219,57	23315,43
4	369,17	148,20	220,97	23094,46
5	369,17	146,80	222,37	22872,09
6	369,17	145,38	223,79	22648,30
7	369,17	143,96	225,21	22423,09
8	369,17	142,53	226,64	22196,45
9	369,17	141,09	228,08	21968,37
10	369,17	139,64	229,53	21738,84
11	369,17	138,18	230,99	21507,85
12	369,17	136,71	232,46	21275,39
13	369,17	135,23	233,94	21041,45
14	369,17	133,75	235,42	20806,03
15	369,17	132,25	236,92	20569,11
16	369,17	130,74	238,43	20330,68
17	369,17	129,23	239,94	20090,74
18	369,17	127,70	241,47	19849,28
19	369,17	126,17	243,00	19606,27
20	369,17	124,62	244,55	19361,73
21	369,17	123,07	246,10	19115,63
22	369,17	121,51	247,66	18867,96

23	369,17	119,93	249,24	18618,73
24	369,17	118,35	250,82	18367,90
25	369,17	116,75	252,42	18115,49
26	369,17	115,15	254,02	17861,46
27	369,17	113,53	255,64	17605,83
28	369,17	111,91	257,26	17348,57
29	369,17	110,27	258,90	17089,67
30	369,17	108,63	260,54	16829,13
31	369,17	106,97	262,20	16566,93
32	369,17	105,31	263,86	16303,06
33	369,17	103,63	265,54	16037,52
34	369,17	101,94	267,23	15770,29
35	369,17	100,24	268,93	15501,36
36	369,17	98,53	270,64	15230,73
37	369,17	96,81	272,36	14958,37
38	369,17	95,08	274,09	14684,28
39	369,17	93,34	275,83	14408,45
40	369,17	91,58	277,58	14130,86
41	369,17	89,82	279,35	13851,51
42	369,17	88,04	281,12	13570,39
43	369,17	86,26	282,91	13287,48
44	369,17	84,46	284,71	13002,76
45	369,17	82,65	286,52	12716,24
46	369,17	80,83	288,34	12427,90
47	369,17	79,00	290,17	12137,73
48	369,17	77,15	292,02	11845,71
49	369,17	75,30	293,87	11551,84
50	369,17	73,43	295,74	11256,09
51	369,17	71,55	297,62	10958,47
52	369,17	69,66	299,51	10658,96
53	369,17	67,75	301,42	10357,54
54	369,17	65,84	303,33	10054,21
55	369,17	63,91	305,26	9748,94
56	369,17	61,97	307,20	9441,74
57	369,17	60,01	309,15	9132,59
58	369,17	58,05	311,12	8821,47
59	369,17	56,07	313,10	8508,37
60	369,17	54,08	315,09	8193,28
61	369,17	52,08	317,09	7876,19
62	369,17	50,06	319,11	7557,08
63	369,17	48,04	321,13	7235,95
64	369,17	45,99	323,18	6912,77
65	369,17	43,94	325,23	6587,54
66	369,17	41,87	327,30	6260,25
67	369,17	39,79	329,38	5930,87
68	369,17	37,70	331,47	5599,40
69	369,17	35,59	333,58	5265,82

70	369,17	33,47	335,70	4930,12
71	369,17	31,34	337,83	4592,29
72	369,17	29,19	339,98	4252,31
73	369,17	27,03	342,14	3910,17
74	369,17	24,85	344,32	3565,85
75	369,17	22,67	346,50	3219,35
76	369,17	20,46	348,71	2870,64
77	369,17	18,25	350,92	2519,72
78	369,17	16,02	353,15	2166,57
79	369,17	13,77	355,40	1811,17
80	369,17	11,51	357,66	1453,51
81	369,17	9,24	359,93	1093,58
82	369,17	6,95	362,22	731,36
83	369,17	4,65	364,52	366,84
84	369,17	2,33	366,84	0,00
∑	31010,27	7040,27	23970	

Izvor: autor

5.2. Primjer otplate zajma jednakim otplatnim kvotama

Osoba A.A. je podigla zajam u iznosu od 23.970,00 eura koji se otplaćuje jednakim otplatnim kvotama. Anuiteti se plaćaju krajem svakog mjeseca tijekom sljedećih 7 godina uz godišnju kamatnu stopu 7,9%. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan. Potrebno je napraviti plan otplate zajma.

5.2.1. Primjenjuje se relativna kamatna stopa

Slika 3: **Unos osnovnih podataka u MS Excel, primjer 4.2.1.**

	A	B	C	D	E
1					
2	C = 23.970,00				
3	n = 7 godina = 84 mjeseca				
4	način otplate = jednakim otplatnim kvotama krajem svakog mjeseca				
5	p = 7,9% (godišnja)				
6	primjenjuje se:				
7	relativna kamatna stopa				

Izvor: autor

U ćeliji A10 izračunamo mjesečnu relativnu kamatnu stopu: **=7,9/12** -> 0,658333333

Izračunamo mjesečnu otplatnu kvotu, u ćeliju A11 upišemo**: =23970/84** -> 285,36

Izrada otplatne tablice sličnija je kao u primjeru 4.1.1. Ovdje su nam otplatne kvote jednake pa se koristi oznaka R, a kod anuiteta se koristi oznaka a_k.

Kao u primjeru 4.1.1. krenut ćemo od F4, otplatne kvote kopiramo iz ćelije A11 u ćeliju I6 (R) i pomoću križića povući do I89.

Izračunamo kamate, u ćeliju H6 (I_1) upišemo: **=J5*$A$10/100** -> 157,80 i pomoću križića povučemo do H89.

Izračunamo anuitete, u ćeliju G6 (a_1) upišemo: **=H6+I6 ->** 443,16 i pomoću križića povučemo do G89.

Tablica 10: **Otplatna tablica zajma jednakim otplatnim kvotama uz primjenu relativne kamatne stope**

k	a_k	I_k	R	C_k
0	-	-	-	23.970,00
1	443,16	157,80	285,36	23.684,64
2	441,28	155,92	285,36	23.399,29
3	439,40	154,05	285,36	23.113,93
4	437,52	152,17	285,36	22.828,57
5	435,65	150,29	285,36	22.543,21
6	433,77	148,41	285,36	22.257,86
7	431,89	146,53	285,36	21.972,50
8	430,01	144,65	285,36	21.687,14
9	428,13	142,77	285,36	21.401,79
10	426,25	140,90	285,36	21.116,43
11	424,37	139,02	285,36	20.831,07
12	422,50	137,14	285,36	20.545,71
13	420,62	135,26	285,36	20.260,36
14	418,74	133,38	285,36	19.975,00
15	416,86	131,50	285,36	19.689,64
16	414,98	129,62	285,36	19.404,29
17	413,10	127,74	285,36	19.118,93
18	411,22	125,87	285,36	18.833,57
19	409,34	123,99	285,36	18.548,21
20	407,47	122,11	285,36	18.262,86

21	405,59	120,23	285,36	17.977,50
22	403,71	118,35	285,36	17.692,14
23	401,83	116,47	285,36	17.406,79
24	399,95	114,59	285,36	17.121,43
25	398,07	112,72	285,36	16.836,07
26	396,19	110,84	285,36	16.550,71
27	394,32	108,96	285,36	16.265,36
28	392,44	107,08	285,36	15.980,00
29	390,56	105,20	285,36	15.694,64
30	388,68	103,32	285,36	15.409,29
31	386,80	101,44	285,36	15.123,93
32	384,92	99,57	285,36	14.838,57
33	383,04	97,69	285,36	14.553,21
34	381,17	95,81	285,36	14.267,86
35	379,29	93,93	285,36	13.982,50
36	377,41	92,05	285,36	13.697,14
37	375,53	90,17	285,36	13.411,79
38	373,65	88,29	285,36	13.126,43
39	371,77	86,42	285,36	12.841,07
40	369,89	84,54	285,36	12.555,71
41	368,02	82,66	285,36	12.270,36
42	366,14	80,78	285,36	11.985,00
43	364,26	78,90	285,36	11.699,64
44	362,38	77,02	285,36	11.414,29
45	360,50	75,14	285,36	11.128,93
46	358,62	73,27	285,36	10.843,57
47	356,74	71,39	285,36	10.558,21
48	354,87	69,51	285,36	10.272,86
49	352,99	67,63	285,36	9.987,50
50	351,11	65,75	285,36	9.702,14
51	349,23	63,87	285,36	9.416,79
52	347,35	61,99	285,36	9.131,43
53	345,47	60,12	285,36	8.846,07
54	343,59	58,24	285,36	8.560,71
55	341,72	56,36	285,36	8.275,36
56	339,84	54,48	285,36	7.990,00
57	337,96	52,60	285,36	7.704,64
58	336,08	50,72	285,36	7.419,29
59	334,20	48,84	285,36	7.133,93
60	332,32	46,97	285,36	6.848,57
61	330,44	45,09	285,36	6.563,21
62	328,56	43,21	285,36	6.277,86
63	326,69	41,33	285,36	5.992,50

64	324,81	39,45	285,36	5.707,14
65	322,93	37,57	285,36	5.421,79
66	321,05	35,69	285,36	5.136,43
67	319,17	33,81	285,36	4.851,07
68	317,29	31,94	285,36	4.565,71
69	315,41	30,06	285,36	4.280,36
70	313,54	28,18	285,36	3.995,00
71	311,66	26,30	285,36	3.709,64
72	309,78	24,42	285,36	3.424,29
73	307,90	22,54	285,36	3.138,93
74	306,02	20,66	285,36	2.853,57
75	304,14	18,79	285,36	2.568,21
76	302,26	16,91	285,36	2.282,86
77	300,39	15,03	285,36	1.997,50
78	298,51	13,15	285,36	1.712,14
79	296,63	11,27	285,36	1.426,79
80	294,75	9,39	285,36	1.141,43
81	292,87	7,51	285,36	856,07
82	290,99	5,64	285,36	570,71
83	289,11	3,76	285,36	285,36
84	287,24	1,88	285,36	0,00
$\sum$	30.676,61	6.706,61	23.970,00	

Izvor: autor

5.2.2. Primjenjuje se konformna kamatna stopa

Slika 4: **Unos osnovnih podataka u MS Excel, primjer 4.2.2.**

	A	B	C	D	E
1					
2	C = 23.970,00				
3	n = 7 godina = 84 mjeseca				
4	način otplate = jednakim otplatnim kvotama krajem svakog mjeseca				
5	p = 7,9% (godišnja)				
6	primjenjuje se:				
7	konformna kamatna stopa				

Izvor: autor

U ćeliji A10 izračunamo mjesečnu konformnu kamatnu stopu tako da upišemo: **=100*((1+7,9/100)^(1/12)-1)** -> 0,635634019

Postupak izračuna i izrade otplatne tablice jednak je kao i u primjeru 4.2.1.

Tablica 11: **Otplatna tablica zajma jednakim otplatnim kvotama uz primjenu konformne kamatne stope**

k	a_k	I_k	R	C_k
0	-	-	-	23.970,00
1	437,72	152,36	285,36	23.684,64
2	435,90	150,55	285,36	23.399,29
3	434,09	148,73	285,36	23.113,93
4	432,28	146,92	285,36	22.828,57
5	430,46	145,11	285,36	22.543,21
6	428,65	143,29	285,36	22.257,86
7	426,84	141,48	285,36	21.972,50
8	425,02	139,66	285,36	21.687,14
9	423,21	137,85	285,36	21.401,79
10	421,39	136,04	285,36	21.116,43
11	419,58	134,22	285,36	20.831,07
12	417,77	132,41	285,36	20.545,71
13	415,95	130,60	285,36	20.260,36
14	414,14	128,78	285,36	19.975,00
15	412,33	126,97	285,36	19.689,64
16	410,51	125,15	285,36	19.404,29
17	408,70	123,34	285,36	19.118,93
18	406,88	121,53	285,36	18.833,57
19	405,07	119,71	285,36	18.548,21
20	403,26	117,90	285,36	18.262,86
21	401,44	116,08	285,36	17.977,50
22	399,63	114,27	285,36	17.692,14
23	397,81	112,46	285,36	17.406,79
24	396,00	110,64	285,36	17.121,43
25	394,19	108,83	285,36	16.836,07
26	392,37	107,02	285,36	16.550,71
27	390,56	105,20	285,36	16.265,36
28	388,75	103,39	285,36	15.980,00
29	386,93	101,57	285,36	15.694,64
30	385,12	99,76	285,36	15.409,29
31	383,30	97,95	285,36	15.123,93
32	381,49	96,13	285,36	14.838,57
33	379,68	94,32	285,36	14.553,21
34	377,86	92,51	285,36	14.267,86
35	376,05	90,69	285,36	13.982,50
36	374,23	88,88	285,36	13.697,14
37	372,42	87,06	285,36	13.411,79
38	370,61	85,25	285,36	13.126,43

39	368,79	83,44	285,36	12.841,07
40	366,98	81,62	285,36	12.555,71
41	365,17	79,81	285,36	12.270,36
42	363,35	77,99	285,36	11.985,00
43	361,54	76,18	285,36	11.699,64
44	359,72	74,37	285,36	11.414,29
45	357,91	72,55	285,36	11.128,93
46	356,10	70,74	285,36	10.843,57
47	354,28	68,93	285,36	10.558,21
48	352,47	67,11	285,36	10.272,86
49	350,65	65,30	285,36	9.987,50
50	348,84	63,48	285,36	9.702,14
51	347,03	61,67	285,36	9.416,79
52	345,21	59,86	285,36	9.131,43
53	343,40	58,04	285,36	8.846,07
54	341,59	56,23	285,36	8.560,71
55	339,77	54,41	285,36	8.275,36
56	337,96	52,60	285,36	7.990,00
57	336,14	50,79	285,36	7.704,64
58	334,33	48,97	285,36	7.419,29
59	332,52	47,16	285,36	7.133,93
60	330,70	45,35	285,36	6.848,57
61	328,89	43,53	285,36	6.563,21
62	327,08	41,72	285,36	6.277,86
63	325,26	39,90	285,36	5.992,50
64	323,45	38,09	285,36	5.707,14
65	321,63	36,28	285,36	5.421,79
66	319,82	34,46	285,36	5.136,43
67	318,01	32,65	285,36	4.851,07
68	316,19	30,84	285,36	4.565,71
69	314,38	29,02	285,36	4.280,36
70	312,56	27,21	285,36	3.995,00
71	310,75	25,39	285,36	3.709,64
72	308,94	23,58	285,36	3.424,29
73	307,12	21,77	285,36	3.138,93
74	305,31	19,95	285,36	2.853,57
75	303,50	18,14	285,36	2.568,21
76	301,68	16,32	285,36	2.282,86
77	299,87	14,51	285,36	1.997,50
78	298,05	12,70	285,36	1.712,14
79	296,24	10,88	285,36	1.426,79
80	294,43	9,07	285,36	1.141,43
81	292,61	7,26	285,36	856,07

82	290,80	5,44	285,36	570,71
83	288,98	3,63	285,36	285,36
84	287,17	1,81	285,36	0,00
∑	30.445,36	6.475,36	23.970,00	

Izvor: autor

U ovom zadatku analizirali smo plan otplate zajma po dvije vrste kamatnih stopa (konformnoj i relativnoj) i dvije strukture otplate (jednake anuitete i jednake otplatne kvote). Rezultati su pokazali razlike u ukupnim kamatama i iznosu vraćenog zajma, ovisno o vrsti kamatne stope i odabranom načinu otplate.

Rezultati:

1. Zajam s jednakim anuitetima:
    - Ukupne kamate uz konformnu kamatnu stopu iznose **7.040,27 €**, dok uz relativnu kamatnu stopu ukupne kamate iznose **7.312,31 €**.
    - Ukupan iznos vraćenog zajma po konformnoj kamatnoj stopi iznosi **31.010,27 €**, a po relativnoj kamatnoj stopi **31.282,31 €**.
2. Zajam s jednakim otplatnim kvotama:
    - Ukupne kamate uz konformnu kamatnu stopu iznose **6.475,36 €**, dok uz relativnu kamatnu stopu ukupne kamate iznose **6.706,61 €**.
    - Ukupan iznos vraćenog zajma po konformnoj kamatnoj stopi iznosi **30.445,36 €**, a po relativnoj kamatnoj stopi **30.676,61 €**.

Analiza rezultata:

Ukupne kamate: U oba načina otplate, konformna kamatna stopa rezultira nižim ukupnim kamatama u odnosu na relativnu stopu. Kod jednakih anuiteta, razlika u korist konformne stope iznosi **272,04 €**, dok je kod jednakih otplatnih kvota razlika **231,25 €**. Uštede su veće kod jednakih otplatnih kvota, čineći ih povoljnijima.

Ukupan iznos za povrat: Kod oba načina otplate, konformna stopa smanjuje ukupni iznos vraćenog zajma. Razlike u ukupnim troškovima pokazale su da konformna kamatna stopa omogućava povoljnije uvjete.

Preporuka:

Na temelju ove analize, preporučuje se odabir konformne kamatne stope, budući da ona smanjuje ukupni trošak zajma. Osim toga, plan otplate s jednakim otplatnim kvotama dodatno smanjuje trošak kamata, što ga čini najisplativijom opcijom. Ova kombinacija omogućuje jasniji pregled troškova i lakše financijsko planiranje.

Zaključak:

Kada se uspoređuju različite vrste kamatnih stopa i planovi otplate, kombinacija konformne kamatne stope i jednakih otplatnih kvota donosi najniže ukupne kamate i povoljniji ukupan iznos za povrat. Ovaj pristup štedi novac, smanjuje financijski pritisak na zajmoprimca i omogućava dugoročno održivo upravljanje financijama.

6. ZAKLJUČAK

Zaključak ovog rada temelji se na analizi zajmova, njihovih karakteristika, metoda obračuna kamata i modela otplate. U uvodu je postavljena hipoteza da se različiti modeli otplate zajma značajno razlikuju po svojoj financijskoj učinkovitosti i utjecaju na dužnika, a kroz analizu je ta hipoteza potvrđena. Na temelju proračuna i prikaza otplatnih modela, dokazano je da izbor metode otplate može značajno utjecati na ukupne troškove zajma, posebno kada se radi o složenom kamatnom računu, gdje se kamate obračunavaju na preostali dug.

Analizom modela otplate jednaki anuitetima, jednakim otplatnim kvotama i dogovorenim anuitetima, došli smo do novih spoznaja o tome kako se model jednakih otplatnih kvota pokazuje financijski povoljnijim za korisnika zbog bržeg smanjenja glavnice, što smanjuje ukupne troškove kamata. Međutim, taj model također zahtijeva veća početna plaćanja, što može biti izazovno za korisnike s ograničenim prihodima. Nasuprot tome, model otplate jednakim anuitetima omogućuje ravnomjerno raspoređene uplate tijekom cijelog razdoblja otplate, što je često povoljnije za stabilno planiranje osobnih ili poslovnih financija.

Također, analiza je pokazala da je anticipativni način obračuna kamata manje povoljan za dužnika u odnosu na dekurzivni, jer anticipativni obračun podrazumijeva isplatu kamata unaprijed. Kroz konkretne primjere izračuna i usporedbe, došli smo do novih spoznaja koje su korisne u praksi za bolje razumijevanje troškova zajma i odabir najprikladnijeg modela otplate.

Nove spoznaje iz ovog rada mogu biti korisne financijskim stručnjacima i korisnicima zajmova jer omogućuju bolje planiranje otplate, optimizaciju troškova i razumijevanje utjecaja različitih metoda obračuna kamata. Posebno korisna u praksi je svijest o tome kako struktura otplatnog plana, u kombinaciji s vrstom kamatnog računa, može utjecati na ukupne financijske obveze korisnika. Zaključak rada potvrđuje da pažljivim izborom modela otplate zajma možemo smanjiti ukupne troškove zaduženja, što je ključno za financijsku stabilnost i uspješno upravljanje dugom.

7. POPIS LITERATURE

Knjige

1. Gregurek, M. (2023). Poslovanje banaka. Zagreb: RRiF
2. Papić, M. (2018). Poslovna matematika (uz primjenu MS Excela). Zagreb: Likarija d.o.o.
3. Šego, B. (2008). Financijska matematika. Zagreb: Zgombić & Partneri – nakladništvo i informatika d.o.o.

Internetski izvor

1. Zakon o obveznim odnosima (Narodne novine br. 35/05. do 155/23.). URL: https://www.zakon.hr/z/75/Zakon-o-obveznim-odnosima (pristupljeno 18. rujna 2024.)

8. POPIS SLIKA I TABLICA

Slike:

Tablice: